Конспект лекций

по дисциплине Методы расчета электрических и магнитных полей

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лекция 1. Общие сведения о полевых задачах и методах расчета полей. Область применения программы ELCUT 4.2T. Двумерная постановка полевой задачи в программе ELCUT.

Лекция 2. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью ELCUT. Задача магнитостатики.

Лекция 3. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью ELCUT. Задача магнитного поля переменных токов.

Лекция 4. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью ELCUT. Задачи электростатики и растекания токов.

Лекция 5. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью ELCUT. Задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи.

Лекция 6. Структура файлов пользователя в программе ELCUT. Описание геометрии задачи.

Лекция 7. Обобщенная методика решения полевой задачи в программе ELCUT.

Лекция 8. Решение связанных задач.

Примечание: Материалы лекций №7 и 8 изложены в методических указаниях по дисциплине "Методы расчета электрических и магнитных полей".

Лекция 1. Общие сведения о полевых задачах и методах расчета полей. Область применения программы Elcut 4.2T. Двумерная постановка полевой задачи в программе Elcut.

В практике научных и технических расчетов встречаются задачи, требующие в качестве решения получения поля распределения в двух или трехмерном пространстве той или иной величины. Простейшим примером может служить расчет поля температур в футеровке печи. При решении данной задачи инженерными методами моделируемая область сводится простейшему объекту – участку бесконечной в двух направлениях среды со стабильными свойствами. В двумерной постановке у данной поверхности появляются края со своими граничными условиями, что заставляет перейти к двумерности в постановке задачи, и, наконец, такой сложный объект как, например, футеровка дуговой сталеплавильной печи может быть обсчитан сразу, без разбиения на несколько простых объектов, только в трехмерной постановке.

Примерами задач, требующих полевого решения являются также расчет сложных гидродинамических и газодинамических явлений при обтекании воздухом крыла самолета или исследование работы лопаток турбины и гребного винта судна. Важными задачами являются расчет поля температур в работающем электрическом аппарате или электрическом двигателе, исследование индукционного нагрева деталей сложной поверхности, расчет параметров проводников коротких сетей дуговых печей, исследование, наконец, явлений, происходящих при ядерных взрывах.

Среди существующего многообразия программных продуктов предназначенных для решения полевых задач можно выделить три универсальных пакета такого рода. Во-первых, это **ANSYS** – один из первых пакетов конечно-элементного анализа, во-вторых, **Femlab** – интегрируемый в **Matlab** новейший пакет для решения полевых задач, и, в-третьих, **Elcut** – практически единственный отечественный пакет, пригодный для моделирования электротехнологических установок. Все три пакета являются универсальными (предназначены для решения различных типов полевых задач), позволяют решать линейные и нелинейные задачи, и обладают примерно одинаковой точностью и возможностями. Основные отличия пакетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

№	Возможности пакета	ANSYS	Femlab 2.3	Elcut 4.2T
1	2	3	4	5
1	Вид анализа:			
	Электромагнитный	да	да	да
	Тепловой	да	да	да
	Гидрогазодинамический	да	да	нет
	Механический	да	да	да
	Совмещенный (мультифизичный)	да	да	только последовательный
2	Тип расчета:			
	Статический	да	да	да
	Динамический	да	да	только для тепловых задач
3	Геометрическая модель:			
	Двухмерная	да	да	да
	Осесимметричная	да	да	да
	Трехмерная	да	да	нет
4	Выбор типа конечного элемента	да	нет	нет
5	Возможность задавать энтальпию как параметр материала	да	нет	нет
6	Возможность моделирования внешних электрических цепей	да	да (экспорт в **Simulink**)	нет

Среди рассматриваемых программ **Elcut** на первый взгляд обладает ограниченными возможностями по сравнению с другими программами. Однако некоторые ограничения достаточно легко преодолеваются. Например, **Elcut** не позволяет моделировать трехмерные объекты, однако существует множество объектов являющихся с точки зрения геометрии телами вращения, а осесимметричные задачи с помощью **Elcut** решаются и дают те же результаты, что и в трехмерной постановке. Наиболее серьезным же недостатком **Elcut** является то, что в этой программе на сегодняшний день отсутствует возможность одновременного решения полевых задач (например, электромагнитной и тепловой). Это не позволяет автоматически учитывать изменение свойств материалов в процессе расчета. К примеру, нельзя учесть изменение магнитной проницаемости металла при изменении его температуры. Данный недостаток можно частично преодолеть, разбив временной отрезок, на котором производится тепловой расчет, на несколько отдельных участков. На каждом из таких участков необходимо предварительно решать электромагнитную задачу с новыми значениями свойств материалов.

Преимуществом же **Elcut** безусловно является наличие русскоязычной версии, документации на русском языке, большое количество примеров, поставляемых с программой, а также развитые возможности по обработке результатов расчета (расчет индуктивностей, емкостей, усилий и т.п.).

Пакет **ANSYS** обладает наибольшим числом достоинств. Это единственный пакет среди перечисленных, позволяющий моделировать переход материала из твердого состояния в жидкое и наоборот (фазовый переход). Однако сложность интерфейса программы, большое число параметров ее настройки и почти полное отсутствие учебников по программе на русском языке затрудняют ее использование.

Пакет **Femlab** соединяет в себе достоинства двух других пакетов. Он обладает простым и понятным интерфейсом, как **Elcut,** и имеет практически те же расчетные возможности, что и **ANSYS**. Кроме этого **Femlab** по-сути является инструментом (**toolbox**) пакета **Matlab** и работает под его управлением. Это означает, что все возможности программирования, доступные в **Matlab,** могут быть использованы и в **Femlab** (например, при обработке результатов расчета). Еще одним огромным достоинством **Femlab** является возможность экспорта конечно-элементной модели в **Simulink** (инструмент моделирования динамических систем, встроенный в **Matlab**). Это позволяет моделировать не только простейшие внешние электрические цепи, но и работу установки совместно с преобразователями электрической энергии, системами управления, исследовать частотные характеристики и устойчивость электротехнологической установки и т.п.

Таким образом, в зависимости от сложности решаемой задачи и требованиям по точности представления реального объекта в модели, пользователь может выбрать нужную программу для проведения расчетов.

ELCUT позволяет решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции (потенциала), а также задачи расчета напряженно-деформированного состояния твердого тела (плоские напряжения, плоские деформации, осесимметричные нагрузки). Рассматриваются три основных класса двумерных задач: плоские, плоско-параллельные и осесимметричные.

Плоские задачи обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах. Они решаются в двумерной прямоугольной системе координат.

Плоскопараллельные постановки используют декартову систему координат *xyz*, причем предполагается, что геометрия расчетных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля неизменны в направлении оси *z*. Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости *xy*, называемой *плоскостью модели*. Принято, что ось *x* направлена слева направо, а ось y - снизу вверх. В этом случае рассматривается сечение моделируемых объектов бесконечно протяженных в плоскость чертежа.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат $zr\theta$. Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью проводится в плоскости zr (точнее в полуплоскости $r \geq 0$). Ось вращения Z направлена слева направо, ось r - снизу вверх. В этом случае в плоскости построения располагаются образующие тел вращения моделируемых объектов расчетной области. Следует иметь ввиду: все что расположено ниже сои с координатами $r = 0$ является объектом с отрицательным радиусом и не имеет физического смысла.

Геометрическая конфигурация задачи определяется как набор подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не пересекающиеся между собой иначе как по границе. Каждой подобласти приписан определенный набор физических свойств. Мы будем использовать термины *блок* для полигональной подобласти, *ребро* для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков и *вершина* для концов рёбер и изолированных точек. Рёбра, отделяющие расчетную область от остальной части плоскости, составляют *внешнюю границу* расчетной области. Все остальные рёбра являются *внутренними границами*.

Лекция 2. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью Elcut. Задача магнитостатики.

Задача магнитостатики

Расчет магнитного поля применяется при проектировании и исследовании различных устройств, таких как соленоиды, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, реакторы, и т.п. Обычно при расчетах магнитного поля представляют интерес такие величины как магнитная индукция, напряженность магнитного поля, магнитостатические силы и моменты, индуктивность, а также потокосцепления с различными обмотками.

Пакет ELCUT может применяться для решения линейных и нелинейных задач магнитостатики в плоской и осесимметричной постановке. Используется формулировка задачи относительно векторного магнитного потенциала.

Задачи магнитостатики могут быть решены в линейной и нелинейной постановках. Источником поля могут служить сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, постоянные магниты, а также внешние магнитные поля.

При решении этих задач используется уравнение Пуассона для векторного магнитного потенциала **A** (**B** = **rot A**, **B** - вектор магнитной индукции). В рассматриваемых задачах вектор индукции **B** всегда лежит в плоскости модели (*xy* или *zr*), а вектор плотности стороннего тока **j** и векторный потенциал **A** перпендикулярны к ней. Иными словами электрический ток, создающий магнитное поле, направлен перпендикулярно плоскости чертежа, или движущиеся заряды, создающие постоянное магнитное поле, перемещаются перпендикулярно плоскости чертежа. Отличны от нуля только компоненты jz и Az в плоско-параллельном случае или $j\theta$ и $A\theta$ в осесимметричных задачах. Мы будем обозначать их просто как j и A. Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_y}\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_x}\frac{\partial A}{\partial y}\right)=-j+\left(\frac{\partial H_{cy}}{\partial x}-\frac{\partial H_{cx}}{\partial y}\right);$$

а для осесимметричного случая:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu_z}\frac{\partial A}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)=-j+\left(\frac{\partial H_{cr}}{\partial z}-\frac{\partial H_{cz}}{\partial r}\right),$$

где компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r), составляющие коэрцитивной силы H_{cx} и H_{cy} (H_{cz} и H_{cr}), а также плотность тока j - постоянные величины в пределах каждого из блоков модели.

Замечание. В нелинейной постановке свойства материалов считаются изотропными ($\mu_x = \mu_y$ или $\mu_z = \mu_r$) и задаются зависимостью $B=f(H)$, представленной кубическим сплайном.

Источники поля могут быть заданы в блоках, на рёбрах или в отдельных вершинах модели. В магнитостатике под источниками поля понимаются сосредоточенные и распределенные токи и токовые слои, а также постоянные магниты, намагниченность которых задается величиной коэрцитивной силы.

Источник, заданный в конкретной точке плоскости *xy* (*zr*), описывает ток, проходящий через эту точку в направлении третьей оси. В осесимметричном случае точечный источник представляет ток в тонком кольцевом проводнике вокруг оси симметрии. Ток, заданный на ребре соответствует поверхностному току в трехмерном мире. Задание плотности тока в токовом слое эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью. Пространственно распределенный ток описывается либо посредством плотности электрического тока, либо полным числом ампер-витков, ассоциированной с блоком. Плотность тока в катушке может быть получена по формуле:

$$j = \frac{n \cdot I}{S},$$

где n - количество витков катушки, I - полный ток, и S - площадь поперечного сечения катушки.

Различные блоки, в которых задано одно и то же полное число ампер-витков, могут рассматриваться как соединенные последовательно. В этом случае плотность тока в каждом блоке будет вычисляться делением общего числа ампер-витков на площадь блока.

В осесимметричных задачах, если в блоке задано полное число ампер-витков, а не плотность тока, имеется возможность описать, что плотность тока должна быть распределена по сечению обратно пропорционально расстоянию до оси вращения. Этот подход позволяет моделировать массивные спиральные катушки.

Граничные условия. При построении модели на внутренних и внешних границах области допустимы следующие виды граничных условий.

Условие Дирихле, задающее на части границы наперед известный векторный магнитный потенциал A_0 в вершине или на ребре модели. Это граничное условие определяет поведение нормальной составляющей индукции на границе. Оно часто используется для задания нулевого значения, например на оси симметрии задачи или для указания полного затухания поля на удаленной от источников границе. Кроме того, ELCUT позволяет задать условие Дирихле как линейную функцию координат в виде:

$$A_0 = a + bx + cy$$ для плоских задач;

$$rA_0 = a + bzr + \frac{cr^2}{2}$$ для осесимметричных задач.

Константы a, b и c постоянны в пределах стороны, но могут меняться от одной части границы к другой. Такой подход позволяет моделировать однородное внешнее поле путем задания ненулевого значения нормальной компоненты индукции на прямолинейных участках границы.

Подбором значений константы на разных сторонах все условия Дирихле должны быть согласованы так, чтобы функция A_0 была непрерывна в точках соприкосновения границ.

Замечание. Для того, чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти. Нулевое условие Дирихле предполагается заданным по умолчанию на оси вращения для осесимметричных задач. Чаще всего нулевое условие Дирихле используется для задания внешних границ модели, а также для границ в плоско-параллельных задачах, являющихся следом плоскости симметрии (рис. 1). При задании этого граничного условия силовые линии магнитного поля «облизывают» указанную границу. Частным случаем нулевого граничного условия Дирихле является $B_n = 0$, т.е. нормальная составляющая индукции равна нулю.

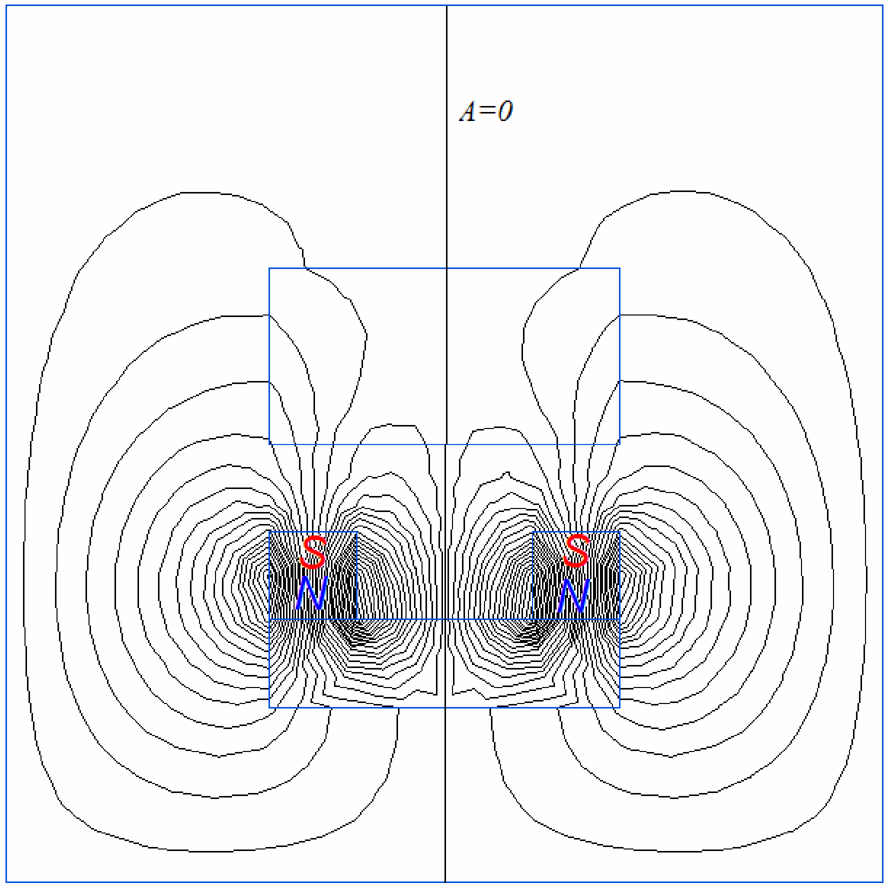


Рис. 1. Картина поля в плоских симметричных моделях

Условие Неймана имеет вид

$$H_t = \sigma \qquad \text{на внешних границах,}$$

$$H_t^+ - H_t^- = \sigma \qquad \text{на внутренних границах,}$$

где H_t - тангенциальная компонента напряженности поля, индексы "+" и "–" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, и σ - линейная плотность поверхностного тока. Если σ равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе (рис. 2) означает отсутствие касательной составляющей индукции на границе, часто применяется для описания плоскости магнитной антисимметрии (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, то есть на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

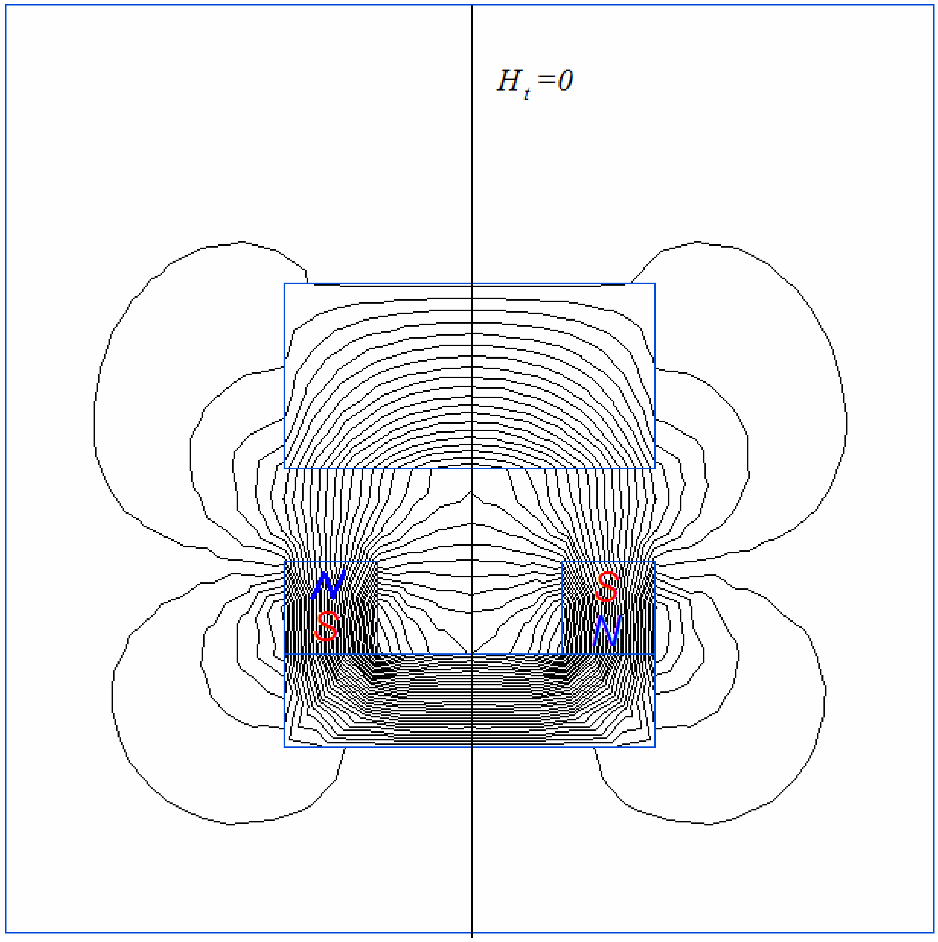


Рис. 2. Картина поля в плоских антисимметричных моделях

Замечание. При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости антисимметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Граничное условие нулевого потока используется для описания границ подобластей со сверхпроводящими свойствами, в которые не проникает магнитное поле. Векторный магнитный потенциал (функция потока $rA = const$ в осесимметричном случае) в теле такого сверхпроводника оказывается постоянным, поэтому его внутренность может быть исключена из рассмотрения, а на поверхности задан постоянный, но заранее неизвестный потенциал (рис. 3).

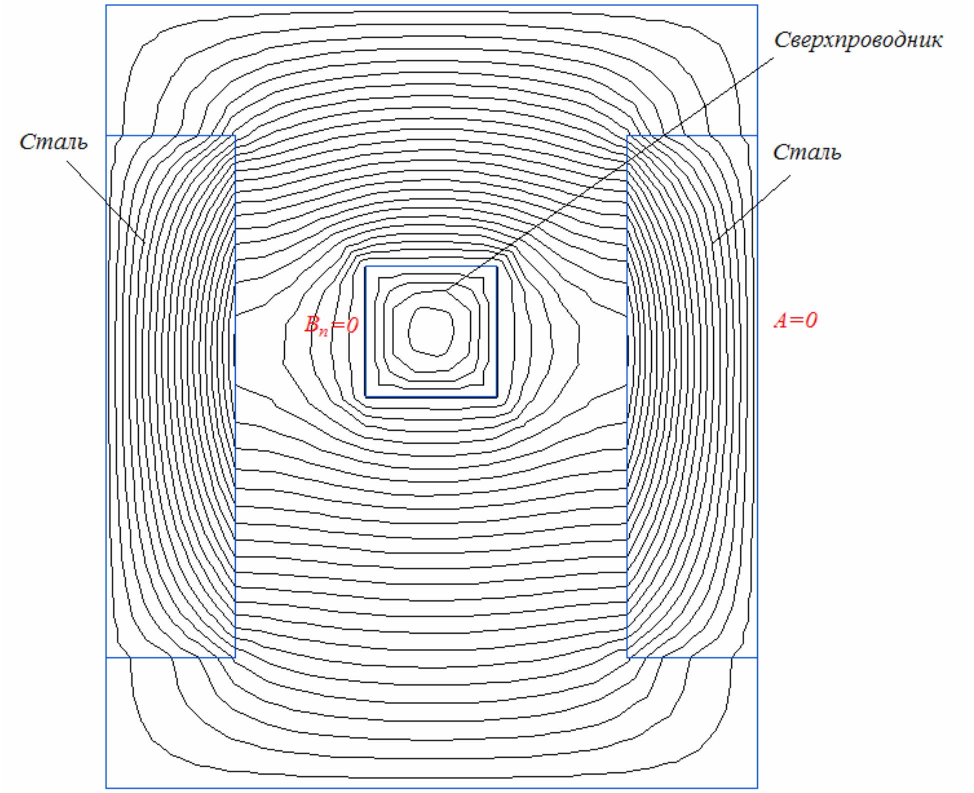


Рис. 3. Картина поля сверхпроводника с током

Замечание. Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле, и сверхпроводников. В этом случае последние следует описать с помощью условия Дирихле, так как указанный на границе потенциал в любом случае согласно условию нулевого потока или равного векторного магнитного потенциала распространится по всей границе, соприкасающейся с границей, для которой задан потенциал.

Свойства сред: воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью изотропные ферромагнетики, проводники с током, линейные и нелинейные постоянные магниты. Кривые намагничивания ферромагнитных материалов вводятся и редактируются при помощи окна работы с кривыми.

Источники поля: распределенные и сосредоточенные токи или плотность тока, указанные в блоках и вершинах модели соответственно, однородное внешнее поле, заданное с помощью граничных условий Дирихле или Неймана, и постоянные магниты.

Постоянные магниты. Поскольку коэрцитивная сила рассматривается в ELCUT как кусочно-постоянная функция координат, ее вклад в уравнение эквивалентен поверхностным токам, протекающим по границам постоянных магнитов в направлении ортогональном плоскости модели. Плотность такого эффективного тока равна величине скачка тангенциальной компоненты коэрцитивной силы на границе магнита. Например, прямоугольный магнит с коэрцитивной силой $\mathbf{H}_c$ направленной вдоль оси x, может быть заменен совокупностью поверхностных токов, протекающих по его верхней и нижней границам. Эффективный ток, протекающий по верхней границе, численно равен H_c, а по нижней границе равен $-H_c$.

Таким образом, постоянный магнит может быть описан как с помощью задания коэрцитивной силы так и с помощью неоднородных граничных условий Неймана на его границах. Выбор того или иного способа определяется соображениями удобства и наглядности.

Особо следует рассмотреть случай постоянных магнитов, обладающих нелинейными магнитными характеристиками. При задании кривой размагничивания такого магнита сначала необходимо указать начальное значение коэрцитивной силы магнита, а это поле недоступно, пока не задано значение магнитной проницаемости. Поэтому сначала следует указать значащее значение магнитной проницаемости, затем коэрцитивную силу магнита, а затем, выставив флажок «анизотропный магнетик» начать редактирование кривой размагничивания.

Вычисляемые физические величины. При анализе результатов расчета магнитного поля ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

Локальные величины:

• Векторный магнитный потенциал A (функция потока rA в осесимметричном случае);

• Вектор магнитной индукции **B = rot A**

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$$ для плоско-параллельного поля;

$$B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial (rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z}$$ для осесимметричного поля;

• Вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mu^{-1}\mathbf{B}$, где μ - тензор магнитной проницаемости.

Интегральные величины:

• Суммарная магнитостатическая сила, действующая на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\oint\left(\mathbf{H}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{B}\cdot\mathbf{H})\right)ds \text{ ,}$$

где интегрирование ведется по поверхности окружающей заданный объем, а **n** - единичный вектор внешней нормали к поверхности;

• Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2}\int\left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{B}\right)dV \qquad \text{в линейном случае;}$$

$$W = \int\left(\int_0^B H(B')dB'\right)dV \qquad \text{в нелинейном случае.}$$

• Потокосцепление на один виток обмотки

$$\Psi = \frac{\oint A ds}{S} \qquad \text{в плоскопараллельном случае;}$$

$$\Psi = \frac{2\pi\oint rA ds}{S} \qquad \text{в осесимметричном случае;}$$

интегрирование в данной формуле ведется по поперечному сечению обмотки, а S обозначает площадь этого поперечного сечения.

Для плоских задач все интегральные величины рассматриваются на 1 метр длины в осевом направлении.

Область интегрирования задается в плоскости модели в виде контура (при необходимости замкнутого), состоящего из отрезков и дуг окружностей.

Вычисление индуктивностей. Чтобы вычислить собственную индуктивность катушки, необходимо задать ток только в ней и убедится, что все прочие токи выключены. После решения задачи откроем окно анализа результатов и вычислим потокосцепление с контуром, совпадающим с поперечным сечением катушки. После этого искомая собственная индуктивность может быть получена по формуле:

$$L = \frac{n\ \Psi}{I} \text{ ,}$$

где n число витков катушки, Ψ - потокосцепление, I - ток в каждом из витков катушки.

Взаимная индуктивность двух катушек может быть найдена таким же образом. Отличие от предыдущего случая состоит лишь в том, что ток должен быть задан в одной из двух катушек, а потокосцепление вычисляться с другой из них:

$$L_{12} = \frac{n_2 \Psi_2}{I_1}.$$

В плоско-параллельном случае каждая катушка должна быть представлена как минимум двумя проводниками с равными и противоположно направленными токами. В одних случаях оба проводника присутствуют в модели, в других только один из проводников включается в модель, а второй замещается граничным условием $A = 0$ на плоскости симметрии задачи. Если магнитная система симметрична, индуктивность может быть получена, основываясь только на потокосцеплении с одним проводником. Результат следует потом удвоить, чтобы учесть второй проводник. Если модель не симметрична, то полная индуктивность может быть получена добавлением аналогичных слагаемых, соответствующих каждому проводнику. Заметьте, что ток должен быть включен во всех проводниках, представляющих данную катушку.

В плоско-параллельных задачах индуктивность вычисляется на единицу длины в направлении оси z.

Лекция 3. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью Elcut. Задача магнитного поля переменных токов.

Магнитное поле переменных токов

Данный вид анализа используется для расчета магнитных полей, возбужденных токами, синусоидально изменяющимися во времени и, наоборот, для расчета токов, индуцированных переменным магнитным полем в проводящей среде (вихревых токов). Эти задачи возникают при расчете различных индукторов (в том числе систем индукционного нагрева), соленоидов, электрических машин, и других устройств. Обычно при расчетах магнитного поля переменных токов представляют интерес такие величины как полный электрический ток (с его сторонней и вихревой компонентами), электрическое напряжение, мощность тепловыделения (омические потери), индукция магнитного поля, напряженность магнитного поля, электромагнитные силы и их моменты, комплексное сопротивление (импеданс) индуктивность.

Анализ магнитного поля переменных токов состоит в расчете электромагнитного поля, возбужденного приложенными переменными (синусоидально изменяющимися во времени) токами или внешним переменным полем.

Изменение поля во времени предполагается синусоидальным. Все компоненты поля и электрические токи изменяются как:

$$z = z_0 \cos(\omega t + \varphi_z),$$

где z_0 - амплитудное (максимальное) значение z, φ_z — фазовый угол, и ω — угловая частота.

Представление гармонически изменяющейся величины при помощи комплексного числа существенно облегчает анализ. Действительная и мнимая части комплексного числа

$$z = z_0 e^{j(\omega t + \varphi_z)},$$

сдвинуты по фазе на 90 градусов по отношению друг к другу, так что их линейная комбинация может представлять произвольный фазовый угол.

В зависимости от фазового сдвига между двумя осциллирующими компонентами вектор может вращаться по часовой стрелке или в противоположном направлении, либо колебаться вдоль некоторого направления. В общем случае конец вектора описывает эллипс. Главные полуоси эллипса соответствуют максимальным значениям векторной величины.

Отношение длин меньшей и большей полуосей определяет коэффициент поляризации вектора. Последний предполагается положительным при вращении вектора против часовой стрелки и отрицательным в противоположном случае. Нулевой коэффициент соответствует линейной поляризации вектора.

Полный ток в проводнике может рассматриваться как сумма стороннего тока, вызванного приложенным извне напряжением, и вихревого тока, индуцированного переменным магнитным полем

$$\mathbf{j}=\mathbf{j}_0+\mathbf{j}_{eddy}.$$

Задача формулируется как дифференциальное уравнение в частных производных относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала **A** (**B** = rot**A**, **B** — вектор магнитной индукции). Вектор магнитной индукции предполагается лежащим в плоскости модели (*xy* или *zr*), в то время как вектор плотности электрического тока **j** и векторный магнитный потенциал **A** ортогональны к нему. Только компоненты j_z и A_z в плоской постановке и j_θ и A_θ в осесимметричном случае отличны от нуля. Будем обозначать их просто j и A. Уравнение для плоской задачи запишется как

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_y}\frac{\partial A}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_x}\frac{\partial A}{\partial y}\right)-i\omega gA=-j_0\,;$$

и для осесимметричного случая

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu_z}\frac{\partial(rA)}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu_r}\frac{\partial A}{\partial z}\right)-i\omega gA=-j_0\,,$$

где электропроводность g и компоненты тензора магнитной проницаемости μ_x и μ_y (μ_z и μ_r) постоянны в переделах каждого блока модели. Сторонняя составляющая тока j_0 предполагается постоянной в пределах каждого блока модели в плоской задаче и обратно пропорциональной радиусу ($\sim 1/r$) в осесимметричном случае.

Описанная формулировка не учитывает член $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ в формуле закона Ампера, т.е. пренебрегает плотностью тока смещения. Обычно плотность тока смещения не оказывает заметного влияния до мегагерцовых диапазонов частот, что обычно имеет место в практике подобных расчетов.

Свойства сред: воздух, ортотропные материалы с постоянной магнитной проницаемостью, токонесущие проводники с известным напряжением или током.

Источники поля: приложенное напряжение, полный ток проводника, плотность тока или однородное внешнее поле.

Граничные условия: заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения касательной составляющей индукции (условие Неймана), условие постоянства потенциала (нулевого потока) на поверхностях сверхпроводников.

Результаты расчета: векторный магнитный потенциал, плотность тока, напряжение, магнитная индукция, напряженность магнитного поля, силы, моменты, омические потери, вектор Пойнтинга, энергия магнитного поля, импеданс, собственные и взаимные индуктивности.

При анализе результатов расчета магнитного поля переменных токов, ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами.

Локальные величины:

• Комплексная амплитуда векторного магнитного потенциала *A* (функция потока *rA* в осесимметричном случае);

• Комплексная амплитуда напряжения *U*, приложенного к проводнику;

• Комплексная амплитуда плотности полного тока $j_{полная}=j_{\text{сторонняя}}+j_{\text{вихревая}}$, плотности стороннего тока $j_{\text{сторонняя}}$ и плотности вихревого тока $j_{\text{вихревая}}=-i\omega gA$;

• Комплексный вектор магнитной индукции **B = rot A**

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$$ для плоско-параллельного поля;

$$B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial (rA)}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{\partial A}{\partial z}$$ для осесимметричного поля;

• Комплексный вектор напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mu^{-1}\mathbf{B}$, где μ - тензор магнитной проницаемости;

• Среднее и максимальное значение удельной мощности тепловыделения

$Q = g^{-1} j^2$;

• Среднее и максимальное значение плотности энергии магнитного поля;

$w = \mathbf{B}\ \mathbf{H}/2$

• Среднее значение вектора Пойнтинга (плотность потока энергии)

$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$;

• Среднее значение вектора плотности силы Лоренца

$\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$;

• Магнитная проницаемость μ (наибольшая компонента в анизотропной среде);

• Электрическая проводимость g.

Интегральные величины:
• Комплексная амплитуда тока через заданную поверхность

$$I = \int j ds \ .$$

и ее сторонняя $I_{\text{сторонняя}}$ и вихревая $I_{\text{вихревая}}$ компоненты.

• Среднее и максимальное значение мощности тепловыделения в объеме

$$Q = \int g^{-1} j^2 dV \ .$$

• Среднее и максимальное значение энергии магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \int (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) dV$$

• Среднее и максимальное значение потока электромагнитной мощности (потока вектора Пойнтинга) через заданную поверхность

$$S = \int (\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}) ds \ .$$

• Среднее значение пондеромоторной силы, действующей на тела, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2}\oint \left(\mathbf{H}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{B}) + \mathbf{B}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{H}) - \mathbf{n}(\mathbf{B}\cdot\mathbf{H}) \right) ds \,,$$

где интегрирование ведется по поверхности, ограничивающей объем, а **n** означает вектор единичной внешней нормали к поверхности.

• Среднее значение и амплитуда колебательной части силы Лоренца, действующей на проводники с током, заключенные в заданном объеме

$$\mathbf{F} = \int \mathbf{j}\times\mathbf{B}\,dV \,.$$

Замечание. Магнитное поле порождает силы, действующие на проводники с током и ферромагнитные тела. Сила, действующая на проводники известна под названием силы Лоренца, в то время как сила, вычисленная путем интегрирования тензора Максвелла, включает в себя обе компоненты.

Область интегрирования определяется как разомкнутый или замкнутый контур в плоскости модели, состоящий из отрезков и дуг окружности. Если область интегрирования содержит проводники и ферромагнитные тела, вычисленное значение силы Лоренца даст результат, более близкий к истинному.

Вычисление импеданса

Импедансом в теории переменных токов называется комплексный коэффициент пропорциональности между комплексными значениями тока и напряжения,
$V=Z\cdot I$. Его действительная часть представляет собой активное сопротивление проводника, вычисленное с учетом эффекта вытеснения тока (поверхностный эффект). Мнимая часть импеданса есть индуктивность, умноженная на угловую частоту ω.

$$Z=R+i\omega L.$$

Поскольку значения напряжения и тока можно легко получить в окне анализа результатов расчета, импеданс вычисляется путем деления напряжения на ток по правилам комплексной арифметики. Пусть V и I - амплитудные значения напряжения и тока, и φ_V и φ_I фазы этих величин. Тогда активное сопротивление вычисляется как

$$R = \frac{V}{I}\cos(\varphi_V - \varphi_I) \,,$$

и индуктивность

$$L = \frac{V}{I \cdot 2\pi f} \sin(\varphi_V - \varphi_I) \; .$$

Чтобы вычислить взаимную индуктивность между двумя проводниками, можно задать ненулевой полный ток в одном из них, оставить концы второго проводника разомкнутыми (т.е. задать нулевой полный ток) и измерить напряжение, развиваемое на концах второго проводника под действием тока, протекающего в первом.

Замечание. Поскольку в плоском случае напряжение прикладывается и измеряется на единицу осевой длины, вычисленный импеданс также будет вычисляться на один метр длины в осевом направлении.

Специальные возможности: Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на проведенных Вами линиях и поверхностях. Магнитные силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная магнито-упругая задача); а омические потери могут быть использованы в качестве источников тепла при анализе теплового поля (совмещенная термоэлектрическая задача). Два мастера помогают вычислить собственную и взаимную индуктивность катушек и импеданс проводников (полное комплексное сопротивление переменному току).

Лекция 4. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью Elcut. Задачи электростатики и растекания токов.

Задача электростатики

Расчеты электростатического поля используются при проектировании и исследовании высоковольтного оборудования (разрядников, выключателей, элементов линий электропередачи), изоляционных конструкций, кабелей, конденсаторов, а также при анализе распространения ТЕМ-волн в волноводах. Обычно представляют интерес следующие физические величины: электрический потенциал, напряженность поля, электростатическое смещение (индукция), заряд, емкость и электростатическая сила.

Электростатические задачи описываются уравнением Пуассона относительно скалярного электрического потенциала **U** (**E**=−grad**U**, **E** - вектор напряженности электрического поля). Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_x \frac{\partial U}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y \frac{\partial U}{\partial y}\right)=-\rho\,,$$

и для осесимметричных задач:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\varepsilon_r r \frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_z \frac{\partial U}{\partial z}\right)=-\rho\,,$$

где компоненты тензора электрической проницаемости ε_x, ε_y или ε_z, ε_r а также плотность распределенного заряда ρ - постоянные величины в пределах блоков модели.

Источники поля. ELCUT обеспечивает возможность задать электрический заряд в блоках, на рёбрах и в отдельных вершинах модели. Заряд, заданный в конкретной точке плоскости xy, описывает заряженную струну, проходящую через эту точку перпендикулярно к плоскости модели, и задается своей линейной плотностью. В осесимметричном случае заряд вершины описывает заряженную окружность вокруг оси симметрии или точку на оси симметрии. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник поля, заданный в вершине, всегда характеризуется полным зарядом. Для заряженной окружности полный заряд связан с линейной плотностью соотношением $q = 2\pi r\cdot\rho$. Линейная плотность заряда на ребре модели соответствует заряженной поверхности в трехмерном мире. Такое ребро описывается поверхностной плотностью заряда и задается при помощи граничного условия Неймана для ребра. Плотность заряда, ассоциированного с блоком, соответствует объемному заряду.

Свойства сред: воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной диэлектрической проницаемостью.

Граничные условия

Условие Дирихле задает наперёд известное значение электрического потенциала U_0 в вершине или на ребре модели (например, на обкладках конденсатора). Этот вид граничного условия также может применяться на внешней границе области, совпадающей с плоскостью электрической антисимметрии задачи (противоположные по знаку источники в симметричной геометрии). Величина U_0 на ребре модели может быть задана в виде линейной функции координат. Параметры задающей линейной функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция U_0 была непрерывна в точках соприкосновения границ.

Замечание. Для того, чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

Условие Неймана определяется следующими соотношениями:

$D_n = \sigma$ на внешних границах,

$D_n^+ - D_n^- = \sigma$ на внутренних границах,

где D_n нормальная компонента электрического смещения, индексы "+" и "–" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, σ - поверхностная плотность заряда. Если σ принимает нулевое значение, граничное условие называется однородным, что означает отсутствие нормальной компоненты напряженности электрического поля. Этот вид граничного условия часто используется на внешней границе области, являющейся следом плоскости симметрии задачи. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех рёбрах внешней границы, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности заряда следует разделить пополам.

Граничное условие равного потенциала используется для описания изолированных проводников, помещенных в электрическое поле, которые имеют постоянный, но заранее неизвестный потенциал.

Замечание. Ребро, на котором задано условие равного потенциала, не должно соприкасаться с рёбрами или вершинами, на которых задано условие Дирихле. В этом случае ребро с постоянным потенциалом следует описать при помощи условия Дирихле с подходящим значением потенциала, заданное значение потенциала (условие Дирихле), заданные значения нормальной составляющей поля (условие Неймана), условие постоянства потенциала на поверхностях изолированных проводников.

Результаты расчета: потенциал, напряженность поля, электрическое смещение (индукция), заряд, собственные и взаимные частичные емкости , силы, моменты, энергия электростатического поля.

Специальные возможности: Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных Вами линиях и поверхностях. В задачу могут быть включены изолированные проводники с заранее неизвестным потенциалом (электростатические экраны). Электростатические силы могут быть переданы в задачу расчета механических напряжений в элементах конструкции (совмещенная электро-упругая задача). Мастер емкости поможет Вам вычислить собственную и взаимную емкость проводников.

Задача растекания токов

Задача растекания токов используется при анализе различных массивных проводящих систем и при расчете сопротивления заземления (утечки). Величины, представляющие интерес при анализе, включают напряжение, плотность тока, мощность тепловыделения (джоулевы потери).

ELCUT позволяет рассчитывать распределение электрического потенциала и тока в системах проводников. Эти задачи описываются уравнением Пуассона для скалярного электрического потенциала U (предполагается, что вектор плотности тока лежит в плоскости модели).

Для плоскопараллельных задач уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho_x}\frac{\partial U}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho_y}\frac{\partial U}{\partial y}\right)=0,$$

и для осесимметричных задач:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{1}{\rho_r}\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho_z}\frac{\partial U}{\partial z}\right)=0,$$

где компоненты тензора удельного электрического сопротивления ρ_x, ρ_y или ρ_z, ρ_r - постоянные величины в пределах блоков модели.

Вектор плотности тока **j** определяется уравнением $\mathbf{j}=-\rho^{-1}\mathbf{grad}U$, где ρ^{-1} – величина обратная тензору удельного электрического сопротивления.

Свойства сред: воздух, изотропные и ортотропные материалы с постоянной электропроводностью.

Источники поля. В задачах протекания тока под источниками поля понимаются сторонние токи, заданные на границах проводника. В рамках комплекса ELCUT источники поля могут быть заданы вдоль рёбер и в отдельных вершинах модели. Плотность тока, заданная в точки плоскости *xy* соответствует токоподводу в виде тонкого проводника, перпендикулярного плоскости модели. Он описывается своей линейной плотностью тока. В осесимметричном случае источник, заданный в вершине, описывает токоподвод в виде тонкого кольца с осью, совпадающей с осью симметрии задачи или точечный токовый ввод, если точка лежит на оси вращения. В этих двух случаях источник описывается величиной подводимого тока. Для кольцевого токоподвода полное значение тока связано с его линейной плотностью соотношением $I=2\pi r\cdot\sigma$. Задание поверхностной плотности тока на рёбрах в плоскости модели эквивалентно неоднородному граничному условию Неймана и осуществляется с его помощью.

Граничные условия

Условие Дирихле: граничное условие задает наперёд известное значение электрического потенциала U_0 на рёбрах или в вершинах модели. Значение U_0 на ребре может быть задано в виде линейной функции от координат. Параметры задающей линейной функции могут варьироваться от ребра к ребру, но должны быть подобраны так, чтобы избежать разрывов функции U_0 в точках соприкосновения границ.

Замечание. Для того чтобы задача была сформулирована корректно, необходимо задание условия Дирихле хотя бы в одной точке расчетной области, а если область представляет собой набор физически не связанных подобластей - хотя бы в одной точке каждой такой подобласти.

Условие Неймана имеет вид:

$j_n = j$ на внешних границах,

$$j_n^+ - j_n^- = j \qquad \text{на внутренних границах,}$$

где j_n - нормальная компонента вектора плотности тока, индексы "+" и "−" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно, j в правой части выражений - плотность стороннего тока. Если j=0, граничное условие называется однородным. Однородное условие Неймана на внешней границе означает отсутствие нормальной составляющей напряженности и часто применяется для описания плоскости симметрии. Однородное условие Неймана является естественным, оно устанавливается по умолчанию, на всех тех рёбрах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие.

При задании неоднородного условия Неймана на внешней границе, являющейся следом плоскости симметрии, истинную величину плотности тока следует разделить пополам.

Граничное условие равного потенциала задает поверхность изолированного проводника, обладающего существенно большей проводимостью, чем окружающие его тела. Это условие отличается от условия Дирихле тем, что значение потенциала на описываемой поверхности не известно заранее.

Ограничение. Не допускается соприкосновение поверхностей, носящих граничное условие Дирихле и условие равного потенциала. В этом случае последнее условие следует описать с помощью условия Дирихле.

Результаты расчета: потенциал, напряженность поля, плотность тока, ток через заданную поверхность, мощность тепловыделения (джоулевых потерь).

Специальные возможности: Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на определенных Вами линиях и поверхностях. Мощность тепловыделения может быть передана в качестве источника тепла в задачу расчета температурного поля (совмещенная электро-тепловая задача).

Лекция 5. Теоретическое описание полевых задач, решаемых с помощью Elcut. Задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи.

Расчет температурных полей

Температурный анализ играет заметную роль при проектировании многих механических и электромагнитных систем. Как правило, интерес представляют распределение температуры температурного градиента, теплового потока и потерь тепла. Используя модуль нестационарной теплопередачи, можно рассчитать тепловой переходный процесс с постоянными во времени граничными условиями.

ELCUT может выполнять линейный и нелинейный стационарный температурный анализ в плоской и осесимметричной постановке.

ELCUT позволяет решать задачи теплопередачи (стационарные и нестационарные) в линейной и нелинейной постановках.

При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности в одном из видов:

для линейных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}\right)=-q-c\rho\frac{\partial T}{\partial \tau},$$

и для осесимметричных задач:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_r r \frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}\right)=-q-c\rho\frac{\partial T}{\partial \tau};$$

для нелинейных задач:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y}\right)=-q(T)-c(T)\rho\frac{\partial T}{\partial \tau}$$ - в плоском случае;

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(T) r \frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z}\right)=-q(T)-c(T)\rho\frac{\partial T}{\partial \tau}$$ - в осесимметричном случае;

где: T — температура;

τ — время;

$\lambda_{x(y,z,r)}$ — компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке);

$\lambda(T)$ — теплопроводность, как функция температуры, представленная кубическим сплайном (анизотропия не поддерживается в нелинейной постановке);

q — удельная мощность тепловыделения, в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры.

$c(T)$ — удельная теплоемкость, в линейной постановке - константа, в нелинейной постановке - задаваемая кубическим сплайном функция температуры;

ρ — плотность

В стационарной задачи последнее слагаемое в правой части уравнений равно нулю.

Все параметры уравнений в линейной постановке постоянны в пределах каждого блока модели.

Постановка задачи распределения температурного поля в тонких пластинах весьма похожа на формулировку плоско-параллельной задачи.

Свойства сред: ортотропные материалы с постоянной теплопроводностью, изотропные материалы с теплопроводностью, зависящей от температуры, материалы с теплоемкостью, зависящей от температуры.

Источники поля: постоянные и зависящие от температуры объемные источники тепловой мощности, конвективные и радиационные источники, мощность джоулевых потерь, импортированная из задачи растекания токов.

Граничные условия:

Условие заданной температуры задает на ребре или в вершине модели заранее известное значение температуры T_0 (например, при интенсивном омывании поверхности жидкостью постоянной температуры). Значение T_0 на ребре может быть задано в виде линейной функции координат. Параметры задающей функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция T_0 не претерпевала разрывов в точках соприкосновения ребер.

Этот вид граничного условия иногда называют *условием первого рода*.

Условие заданного теплового потока описывается следующими соотношениями:

$F_n = -q_s$ на внешних границах,

$F_n^+ - F_n^- = -q_s$ на внутренних границах, где F_n - нормальная компонента вектора плотности теплового потока, индексы "+" и "−" означают "слева от границы" и "справа от границы" соответственно. Для внутренней границы q_s, означает поверхностную мощность источника, для внешней - известное значение теплового потока через границу. Если q_s, равно нулю, граничное условие называется однородным. Однородное условие второго рода на внешней границе означает отсутствие теплового потока через указанную поверхность. Однородное условие второго рода является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. Этот вид граничного условия употребляется в двух случаях: на плоскости симметрии задачи (если ввиду симметричности геометрии и источников задача решается только на части области), а также для описания адиабатической границы.

Если мощность тепловыделения задана на внешнем ребре, являющемся следом плоскости симметрии задачи, истинное значение мощности тепловыделения следует разделить пополам.

Этот вид граничного условия иногда называют *граничным условием второго рода*.

Граничное условие конвекции может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает конвективный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \alpha\left(T - T_0\right),$$

где α - коэффициент теплоотдачи, и T_0 - температура окружающей среды. Параметры α и T_0 могут меняться от ребра к ребру.

Граничное условие этого типа иногда называют *граничным условием третьего рода*.

Граничное условие радиации может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает радиационный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = k_{SB}\beta\left(T^4 - T_0^4\right),$$

где k_{SB}=5,76·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) - константа Стефана-Больцмана, β - коэффициент поглощения поверхности, и T_0 - температура поглощающей среды. Параметры β и T_0 могут меняться от ребра к ребру.

Замечание. Приведенные граничные условия конвективного теплообмена и радиации могут быть установлены только для внешних границ модели. Если необходимо произвести расчет внутреннего теплообмена указанными способами, можно воспользоваться эффективным коэффициентом теплопроводности, задав его как свойство среды в виде произвольной функции. Чтобы задача расчета температурного поля была поставлена корректно, необходимо поставить хотя бы в одной вершине условие заданной температуры, либо хотя бы на одном ребре условие конвекции или радиации.

Граничное условие равной температуры может быть использовано для описания тел с очень высокой, по сравнению окружающими телами, теплопроводностью. Внутренность такого тела может быть исключена из расчета температурного поля при условии описания всей его поверхности как поверхности равной температуры. Данное условие отличается от условия первого рода тем, что температура на описываемой поверхности не известна заранее.

Замечание. Ребро, описанное условием равной температуры, не должно соприкасаться с любым ребром, где температура задана явно. В последнем случае ребро с условием равной температуры должно быть переопределено при помощи граничного условия первого рода с подходящим значением температуры.

Результаты расчета: температура, градиент температуры, плотность теплового потока и интегральные значения теплового потока через заданные поверхности. Для нестационарной задачи: графики и таблицы изменения физической величины во времени.

Специальные возможности: Интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на указанных линиях и поверхностях. Распределение температуры может быть передано в задачу расчета механического напряженного состояния (совмещенная термо-упругая задача).

Можно передать распределение температуры в задачу нестационарной теплопередачи, где оно будет использовано в качестве начального распределения температуры.

Лекция 6. Структура файлов пользователя в программе ELCUT. Описание геометрии задачи.

Структура файлов пользователя

Вся информация о модели в программе ELCUT хранится в трех типах файлов – файле задачи, файле модели и файле свойств.

Файл задачи содержит информацию о типе решаемой задачи (магнитостатика, растекание токов, магнитное поле переменных токов и т.п.), классе модели (плоская или осесимметричная), об уровне точности расчета, данные о выбранной системе координат и единицах измерения сетки привязки, а также информацию о ссылках на файл геометрии и файл свойств. В файле задачи хранятся также некоторые начальные установки задачи (временные параметры для задачи нестационарной теплопередачи, и частота, на которой производится расчет в задаче магнитного поля переменных токов) и информация о связях задач. Файл задачи имеет расширение *.pbm – Elcut problem.

Файл геометрии содержи информацию о координатах каждой вершины и каждого ребра в модели, а также имена присвоенных меток ребер вершин и блоков. Файл геометрии имеет расширение *.mod – Elcut model.

Файл свойств содержит информацию о свойствах меток ребер вершин и блоков, или, иными словами, свойства сред и граничные условия, которые могут быть присвоены тем или иным ребрам, вершинам или блокам. Поскольку для различных задач свойства сред и граничные условия формулируются относительно различных физических величин – файл свойств имеет различное расширение для каждого из типов задач:

*.dcf	Elcut current flow data file	Файл свойств задачи растекания токов
*.des	Elcut electrostatic data file	Файл свойств задачи электростатики
*.dht	Elcut heat transfer data file	Файл свойств задачи температурного поля и нестационарной теплопередачи
*.dms	Elcut magnetostatics data file	Файл свойств задачи магнитостатики
*.dhe	Elcut time-harmonic magnetics data file	Файл свойств задачи магнитного поля переменных токов

*.dsa	Elcut stress analysis data file	Файл свойств задачи упругих деформаций

Описание геометрии задачи

Терминология

Вершина, *ребро* и *блок* - это три основных типа геометрических объектов, из которых строится модель в системе ELCUT.

Вершина - это точка на плоскости, координаты которой введены пользователем или вычислены автоматически как результат пересечения рёбер. Для каждой вершины Вы можете задать *шаг дискретизации* и *метку.* Величина шага дискретизации задает примерное расстояние между соседними узлами сетки конечных элементов поблизости от данной вершины. Метка вершины используется, к примеру, для задания линейного источника поля или нагрузки.

Ребро - отрезок прямой или дуга окружности, соединяющая две вершины, и не пересекающая другие рёбра модели. Если вновь создаваемое ребро проходит через существующую вершину, то будут созданы два новых ребра, соединенные в данной вершине. Если новое ребро пересекает существующие рёбра, то все точки пересечения станут вершинами, а пересекающиеся рёбра будут разбиты на части. В качестве первого шага при дискретизации области рёбра разбиваются на элементарные отрезки в соответствии с шагами, заданными в вершинах. Ребру может быть присвоена *метка*, например, для описания граничного условия.

Блок - непрерывная, возможно неодносвязная, область, граница которой образована рёбрами и, возможно, изолированными вершинами. Блок может содержать отверстия, образованные замкнутыми или разомкнутыми цепочками рёбер или изолированными вершинами. Для описания физических свойств среды каждому блоку, входящему в расчетную область, **должна быть** присвоена *метка*. Помимо описания свойств среды метки блоков также используются для задания распределенных *источников поля*. Сетка конечных элементов создается в каждом блоке автоматически или с учетом *шага дискретизации*, заданного в отдельных вершинах. В непомеченных блоках расчет поля не производится независимо от того, построена ли в них сетка конечных элементов..

Метка - текстовая строка длиной от 1 до 16 символов, служащая для установления соответствия между геометрическими элементами модели и приписанными им физическими параметрами. Допускаются произвольные печатные символы, включая русские и латинские буквы, цифры, знаки препинания, пробел и другие символы. Не допускаются символы "*" и "?", метка не может начинаться с пробела, а пробелы в конце метки игнорируются. Заглавные и прописные буквы считаются различными.

Шаг дискретизации - имеющая размерность длины величина, сопоставленная вершине модели и задающая густоту сетки в прилегающей области. Задавая шаги дискретизации, можно управлять густотой сетки конечных элементов и, тем самым, точностью решения в тех или иных частях расчетной области.

Создание геометрической модели

Обычно, создание модели происходит в три этапа:

• Построение геометрических объектов;

• Задание свойств, источников поля и граничных условий;

• Построение сетки конечных элементов.

Описывая геометрию модели, пользователь задает вершины и ребра, ограничивающие блоки (подобласти) с различными физическими свойствами. Можно создавать новые вершины и рёбра, перемещать, дублировать и удалять любые геометрические объекты. Для выполнения операций над несколькими объектами одновременно, можно использовать механизм выделения.

Свойства сред, источники и граничные условия задаются путем присвоения меток различным геометрическим объектам.

Есть две возможности создания сетки конечных элементов для построенной модели:

• Первый подход, при котором автоматически создается гладкая сетка с плавным переходом от мелких элементов к более крупным, в зависимости от размеров геометрических объектов. Этот подход не требует от пользователя ввода какой-либо информации.

• Второй подход состоит в ручном задании размеров ячеек сетки. В этом случае Вам надо указать размеры ячеек в нескольких вершинах по Вашему выбору. Это значение автоматически распространится во все остальные вершины для получения достаточно гладкой сетки.

Дублирование или перемещение объектов

Повторяющиеся геометрические объекты легко могут быть созданы путем копирования или перемещения любого набора объектов на новом месте. Чтобы сделать копию (продублировать объекты):

1. Выделите любое количество объектов (вершин, ребер и блоков) которые Вы хотите скопировать.

2. Выберите команду Дублировать выделенное в меню Правка или контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.

3. Выберите метод копирования, введите его параметры и нажмите OK. Создаваемые объекты появятся на экране, и программа спросит у Вас подтверждение на их включение в модель. Таким образом, Вы сможете убедиться в правильности ввода параметров.

4. Нажмите кнопку Да, чтобы подтвердить копирование. Новые объекты будут встроены в модель, и выделенным окажется последняя их копия. Операция копирования сохраняет все явно заданные свойства исходных объектов, включая метки и шаги дискретизации. Не копируется только сетка конечных элементов.

Предупреждение. Используйте операцию копирования с осторожностью, поскольку неверный набор параметров может привести к созданию новых объектов в ненужном месте. Эти ненужные объекты могут накладываться на Ваши старые объекты, порождая множество ненужных вершин в местах пересечения рёбер. Их последующее удаление может оказаться трудоёмким делом.

Можно также переместить выделенные объекты на новое место, соблюдая определенные ограничения: топология области при этом не должна претерпевать изменений, и не должно образовываться никаких новых пересечений или соприкосновений. Чтобы переместить выделенные объекты, выберите команду Переместить выделенное в меню Правка или в контекстном меню. Появится диалог для ввода параметров геометрической трансформации.

Операции копирования и перемещения объектов могут быть выполнены путем следующих геометрических трансформаций:

Перемещение — параллельный перенос выделенных объектов на заданный вектор. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего переноса. Необходимые параметры преобразования - компоненты вектора перемещения.

*Поворо*т — выделенные объекты поворачиваются вокруг указанной точки на заданный угол. При копировании можно запросить несколько копий. Это означает многократное повторение операции с объектом, являющимся результатом предыдущего поворота. Необходимые параметры - координаты центра и угол поворота в градусах..

Симметрия — выделенные объекты отображаются симметрично относительно линии, заданной любой принадлежащей ей точкой и углом между линией симметрии и горизонтальной осью. Положительное значение угла означает направление против часовой стрелки. Это преобразование применяется только для операции копирования.

Маситабирование — выделенные объекты растягиваются (сжимаются) в смысле преобразования гомотетии. Необходимые параметры - координаты центра гомотетии и масштабный фактор. Это преобразование применяется только для операции перемещения.

Технология дискретизации области

После описания геометрии области или ее части можно приступать к построению конечно-элементной сетки. Вы можете построить весьма густую сетку в одних областях и редкую в других, поскольку метод геометрической декомпозиции обеспечивает плавный переход от маленьких элементов к более крупным.

Густота сетки непосредственно влияет на точность решения в тех или иных частях расчетной области. Сетка должна быть особенно густой в местах сильной неоднородности поля, а также в тех местах расчетной области, где Вы хотите получить наивысшую точность.

При решении задач с несложной геометрией области или для прикидочных расчетов сетка может быть полностью построена в автоматическом режиме. Для этого просто выберите команду Построить сетку в меню Правка или контекстном меню и Вы получите подходящую сетку конечных элементов безо всякой предварительной информации о её густоте.

Вы можете также управлять густотой сетки. Густота управляется заданием шагов дискретизации в вершинах. Шаг дискретизации определяет примерное расстояние между соседними узлами сетки в окрестности данной вершины. Нет необходимости задавать шаги во всех вершинах области. Для получения равномерной сетки во всей области, задайте шаг дискретизации всего в одной вершине. Это значение автоматически распространится на все остальные вершины. Если нужна неравномерная сетка, задайте шаги в тех вершинах, где необходимо получить самую крупную и самую мелкую сетку. В этом случае шаги дискретизации автоматически распространяются на остальные вершины, интерполируются вдоль сторон и внутрь блоков таким образом, чтобы обеспечить наиболее плавную зависимость размеров ячеек сетки от координат. Механизм выделения групп объектов позволяет задавать одинаковые шаги дискретизации в нескольких вершинах сразу.

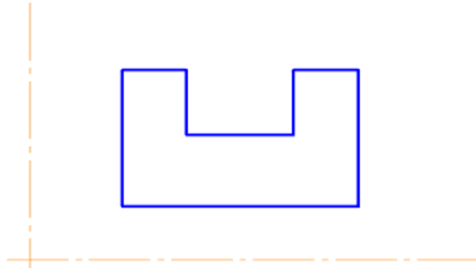
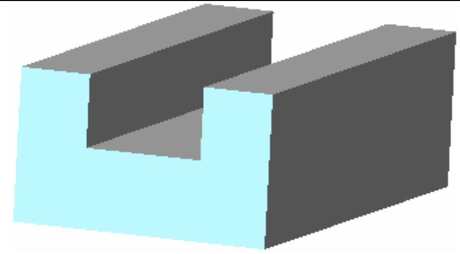
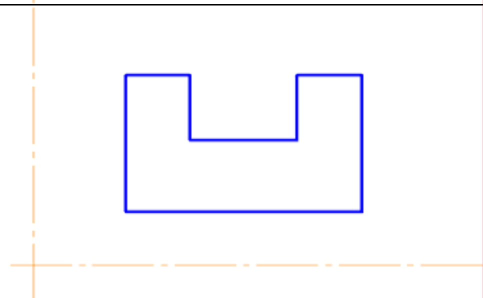
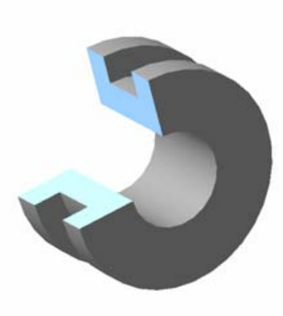
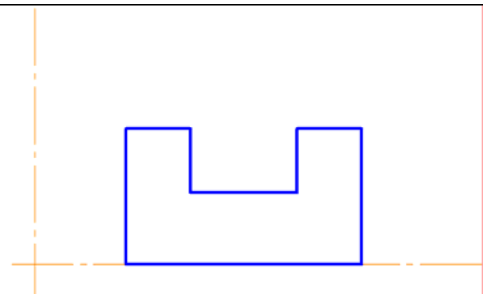
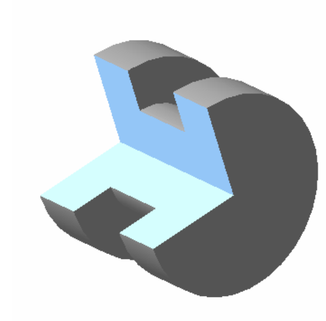
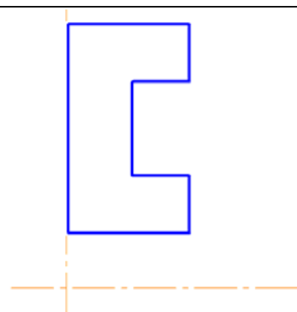
Примечание. Не стоит увлекаться изменением шага сетки дискретизации. В большинстве случаев удается получить приемлемое решение в крупной однородной сетке конечных элементов, т.е. если в модели задан равномерный шаг сетки.

После задания шагов дискретизации Вы можете приступать к построению сетки. Сетка строится последовательно блок за блоком. Можно запросить построение сетки в одном блоке, или в выделенных блоках, или во всех блоках сразу.

При решении осесимметричных задач важным моментом является расположение моделируемых объектов относительно оси симметрии задачи. Следует отметить, что в программе ELCUT ось симметрии всегда располагается горизонтально и имеет координаты r=0.

Одна и та же геометрическая фигура при различном взаимном расположении относительно оси симметрии и классе модели отражает абсолютно разные трехмерные объекты (табл. 2).

Таблица 2

Класс модели	Представление в программе ELCUT	Соответствующий представлению трехмерный объект
Плоская		
Оссесимм.		
Оссесимм.		
Оссесимм.		
Оссесимм.